REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2020

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos. 12 Páginas

---

A prova inclui 3 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final (itens **1.2.**, **3.** e **7.1.**). Dos restantes 11 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 8 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de régua, compasso e calculadora gráfica.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nas respostas aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados na sua utilização, como:

- os gráficos obtidos, com os pontos relevantes assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas relevantes da tabela obtida para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

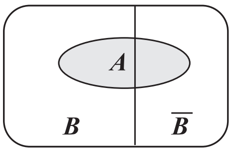
Modelos de grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

Modelos de probabilidade

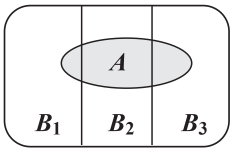
Teorema da probabilidade total e regra de Bayes



$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) =$$
$$= P(B) \times P(A \mid B) + P(\overline{B}) \times P(A \mid \overline{B})$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} =$$

$$= \frac{P(B) \times P(A \mid B)}{P(B) \times P(A \mid B) + P(\overline{B}) \times P(A \mid \overline{B})}$$



$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) =$$
$$= P(B_1) \times P(A \mid B_1) + P(B_2) \times P(A \mid B_2) + P(B_3) \times P(A \mid B_3)$$

$$P(B_k \mid A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} =$$

$$= \frac{P(B_k) \times P(A \mid B_k)}{P(B_1) \times P(A \mid B_1) + P(B_2) \times P(A \mid B_2) + P(B_3) \times P(A \mid B_3)}$$

podendo k tomar os valores $1, 2$ ou 3

Modelo normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$$
$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$$
$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$$

Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável aleatória normal X, admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$$\left]\overline{x} - z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \overline{x} + z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\overline{x}$ – média amostral

σ – desvio padrão da variável

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável aleatória X, admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left]\overline{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \overline{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\overline{x}$ – média amostral

s – desvio padrão amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para uma proporção p, admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left]\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\quad \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\hat{p}$ – proporção amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	$1{,}645$	$1{,}960$	$2{,}576$

1. O Filipe e nove dos seus amigos decidiram ir juntos a um festival de música.

Como tinham interesse nos festivais A, B e C, decidiram proceder a uma votação para selecionar um deles.

Cada um dos amigos preencheu um boletim de voto, no qual estava representado um triângulo equilátero, de vértices A, B e C, dividido em seis regiões. Para votar, cada uma das dez pessoas registou uma marca (×) numa das seis regiões, de acordo com as suas preferências.

Na Figura 1, apresenta-se um exemplo de boletim de voto preenchido.

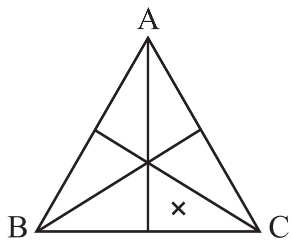


Figura 1

O exemplo apresentado corresponde ao voto na lista com a ordem de preferências CBA, pois a marca (×) foi colocada numa região onde o vértice C é o mais próximo, seguindo-se o B e, finalmente, o A.

1.1. Considere os seis boletins de voto apresentados na Figura 2.

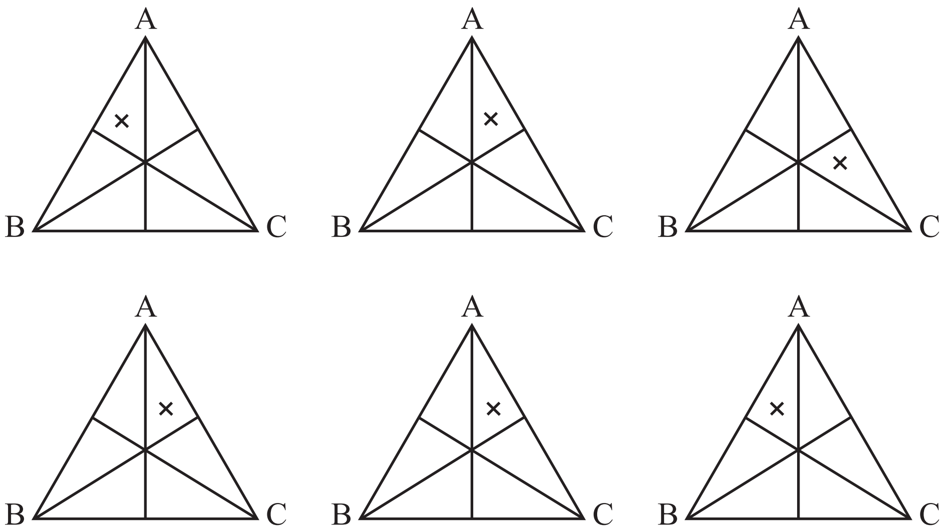


Figura 2

Escolhe-se, ao acaso, um destes seis boletins e a lista de preferências nele registada.

Considere os seguintes acontecimentos, associados a esta experiência aleatória:

Q: «O boletim escolhido corresponde a uma lista em que o festival A ocupa a primeira preferência»

R: «O boletim escolhido corresponde a uma lista em que o festival B ocupa a última preferência»

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(Q \mid R)$?

(A) $\frac{1}{2}$ **(B)** $\frac{3}{5}$ **(C)** $\frac{3}{4}$ **(D)** $\frac{5}{6}$

1.2. Concluída a votação, foi aplicado o método a seguir descrito para obter a decisão final.

- São atribuídos pontos a cada um dos festivais em função do seu lugar na ordem da lista de preferências.
  Cada festival recebe:
  - cinco pontos por cada voto na primeira preferência;
  - três pontos por cada voto na segunda preferência;
  - um ponto por cada voto na terceira preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos festivais e o mais pontuado será o escolhido.
- Em caso de empate, o festival será escolhido por sorteio.

A Tabela 1 apresenta as preferências resultantes da votação, sem contemplar o voto do Filipe.

Tabela 1

Preferências \ Votos	2	2	2	3
1.ª	A	A	C	B
2.ª	B	C	B	C
3.ª	C	B	A	A

Admita que, depois de contabilizado o voto do Filipe, o festival B ficou em primeiro lugar e o C em último, não tendo havido qualquer empate.

Apresente a lista de preferências registada no boletim de voto do Filipe.

Na sua resposta, apresente a pontuação de cada festival, resultante da aplicação do método acima descrito:

- antes de ser contabilizado o voto do Filipe;
- depois de ser contabilizado o voto do Filipe.

2. Dois irmãos, a Elsa e o Manuel, receberam de presente seis bilhetes, B1, B2, B3, B4, B5 e B6, para seis festivais diferentes.

A Elsa valoriza três vezes mais o bilhete B2 do que qualquer um dos outros bilhetes, sendo todos os outros bilhetes valorizados da mesma forma.

Qual das seguintes opções pode representar um conjunto de bilhetes que a Elsa valoriza em 50% do valor global dos bilhetes?

(A) B1; B4; B6 **(B)** B2; B3; B5 **(C)** B1; B3; B5; B6 **(D)** B2; B3; B4; B5

3. Dois amigos, a Elsa e o Gaspar, partilharam um fogão de campismo (F), uma mesa de campismo (M) e uma tenda (T) durante alguns anos; porém, sendo cada vez mais difícil conciliar a partilha dos bens, decidiram distribuí-los entre os dois.

Como não chegaram a acordo sobre a divisão dos três bens, os amigos resolveram aplicar o método a seguir descrito.

- Cada um dos amigos atribui, secretamente, um certo número de pontos a cada um dos bens, num total de 100 pontos.
- Cada bem é destinado, temporariamente, ao amigo que mais o valoriza.
- Determina-se o total de pontos do(s) bem(ns) temporariamente destinado(s) a cada um dos amigos. Seja A o amigo com o total de pontos mais elevado e seja B o outro amigo.
- Procede-se ao ajuste da partilha, de modo que os dois amigos fiquem com número igual no total de pontos, através da partilha de um dos bens. Os outros bens ficam definitivamente atribuídos a cada um dos amigos.
  - Representa-se o total final de pontos a atribuir ao amigo A pela diferença entre o total temporário dos seus pontos e x por cento dos pontos por ele atribuídos ao bem a partilhar.
  - Representa-se o total final de pontos a atribuir ao amigo B pela soma do total temporário dos seus pontos com x por cento dos pontos por ele atribuídos ao bem a partilhar.
  - Igualam-se os dois totais finais, de modo a determinar o valor de x com o qual a partilha ficará equilibrada.
- O amigo B fica com o(s) bem(ns) a si destinado(s) e x por cento da utilização do bem a partilhar, e o amigo A fica com o restante.

Na Tabela 2, apresenta-se o número de pontos atribuídos aos três bens por cada um dos amigos.

Tabela 2

	F	M	T
Elsa	19	26	55
Gaspar	35	5	60

Atendendo aos dados apresentados na Tabela 2, os amigos concluíram que o bem a partilhar seria a tenda.

Assim, após a aplicação do método descrito, determinaram o número de dias em que, num ano, cada um deles poderia utilizar a tenda.

Admita que, até agosto, num ano com 365 dias, o Gaspar já tinha utilizado a tenda durante 146 dias.

Será que ainda a poderá utilizar durante os cinco dias do festival de verão a que pretende ir?

Na sua resposta:

– apresente a partilha temporária dos bens pelos dois amigos;

– determine o total de pontos dos bens temporariamente destinados a cada amigo;

– apresente a equação que traduz o equilíbrio da partilha e resolva-a;

– apresente a partilha final dos bens pelos dois amigos;

– determine o número de dias em que o Gaspar pode utilizar a tenda.

4. Num determinado verão, decorreram os festivais F1, F2, F3, F4, F5 e F6. Estes festivais realizaram-se ao fim de semana e tiveram, cada um, a duração de dois dias (sábado e domingo).

Na Tabela 3, apresentam-se os festivais a que quatro jovens assistiram. Cada jovem assistiu, sempre, a ambos os dias de cada um dos festivais.

Tabela 3

Jovens	**Festivais**
Elsa	F1, F2, F3
Filipe	F1, F2, F4
Gaspar	F1, F3, F5
Manuel	F4, F5, F6

Indique o número mínimo de fins de semana em que os festivais podem ter decorrido.

Na sua resposta:

– apresente um grafo que modele a situação descrita;

– identifique os festivais que decorreram em simultâneo.

5. Para pagar as despesas da sua ida a um festival, o Filipe utilizou uma poupança no valor de 240 euros, feita ao longo de 16 meses.

Após um depósito inicial, o Filipe depositou mensalmente uma quantia fixa, que corresponde a uma percentagem do valor depositado inicialmente.

Determine a que percentagem do depósito inicial corresponde a quantia fixa depositada em cada mês, sabendo que o valor final da poupança foi o dobro do depósito inicial.

6. Um balão publicitário foi lançado de uma plataforma.

Admita que, t minutos após ser lançado, a altura do balão, em metros, é bem aproximada pelo modelo seguinte.

$$A(t) = \frac{30}{1+29e^{-2t}} \qquad \text{para } t \in [0, 5]$$

6.1. Determine quantos metros subiu o balão no primeiro minuto.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve duas casas decimais.

6.2. Quando o balão subiu dos 12 até aos 20 metros de altura, foram lançados confetes.

Determine durante quantos segundos decorreu o lançamento dos confetes.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Para responder a esta questão, recorra às capacidades gráficas da sua calculadora e apresente:

– o(s) gráfico(s) visualizado(s);

– as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) com arredondamento às centésimas.

7. A venda de bilhetes para o concerto da banda *BigBand* gerou tanta procura que, na véspera do primeiro dia de venda, se formou fila para a aquisição de bilhetes à porta da bilheteira.

Ao longo do primeiro dia de venda dos bilhetes, as pessoas foram questionadas sobre o número de horas que permaneceram na fila antes da abertura da bilheteira (x) e sobre o tempo, em horas, que decorreu desde a abertura da bilheteira até terem adquirido os bilhetes (y).

A Tabela 4 apresenta as respostas dadas por sete das pessoas questionadas: A, B, C, D, E, F e G.

Tabela 4

Pessoa	x **(horas)**	y **(horas)**
A	30	0,5
B	24	1
C	22,5	2
D	18	4
E	12	8
F	8	9
G	3	12

7.1. O Filipe e um amigo chegaram e permaneceram juntos na fila para a aquisição de bilhetes.

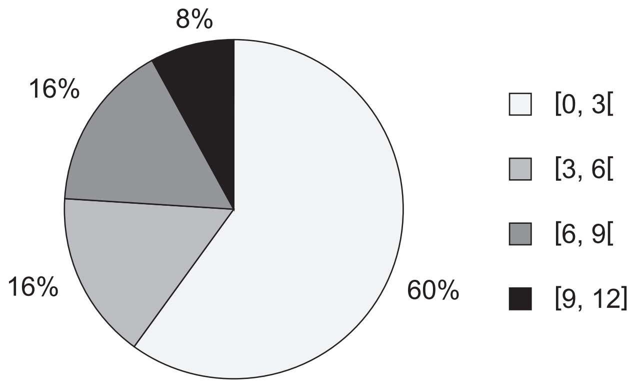
O tempo médio de espera das nove pessoas, as sete referidas na Tabela 4 e os dois amigos, até à abertura da bilheteira foi 15,5 horas.

Determine quantas horas o Filipe esperou na fila até à abertura da bilheteira.

7.2. No final do primeiro dia de venda dos bilhetes, foi registado o tempo de espera de cada cliente, em horas, decorrido desde a abertura da bilheteira até ter adquirido os bilhetes, incluindo as pessoas mencionadas na Tabela 4.

A informação recolhida foi organizada num gráfico circular semelhante ao Gráfico 1.

Gráfico 1



Admita que, das pessoas indicadas na Tabela 4, as que esperaram menos de três horas correspondem a 0,4% do número total de pessoas que adquiriram bilhetes nesse intervalo de tempo.

O número total de clientes que, nesse dia, adquiriram bilhete foi:

(A) 1250 **(B)** 5 **(C)** 750 **(D)** 50

7.3. Admita que a relação entre as variáveis x e y, da Tabela 4, é bem aproximada por uma regressão linear, na forma $y = ax + b$.

Determine qual poderá ter sido o tempo que decorreu desde a abertura da bilheteira até à aquisição dos bilhetes por parte de uma pessoa que tenha estado seis horas na fila antes da abertura da bilheteira.

Apresente o resultado em horas, arredondado às unidades.

Na sua resposta, apresente a equação da reta de regressão, com os valores de a e de b arredondados com três casas decimais.

8. Foi realizado um estudo estatístico junto do público de um festival.

8.1. Nesse festival, todos os dias, após o último concerto, há um espetáculo de fogo de artifício.

No último dia do festival, verificou-se que:

- 60% do público assistiu ao primeiro concerto do dia;
- 48% do público assistiu ao primeiro concerto do dia e viu o fogo de artifício;
- do público que não assistiu ao primeiro concerto do dia, 30% não viu o fogo de artifício.

Escolheu-se ao acaso uma pessoa que foi ao último dia do festival.

Determine a probabilidade de essa pessoa não ter visto o fogo de artifício.

8.2. Os dados recolhidos permitem concluir que o consumo de bebidas das 60 000 pessoas presentes durante os vários dias desse festival segue uma distribuição aproximadamente normal, de valor médio 1,5 litros e desvio padrão 0,4 litros.

Quantas pessoas será de esperar que, durante o festival, tenham consumido no máximo 0,3 litros de bebida?

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve cinco casas decimais.

9. A organização de um festival disponibiliza quatro zonas para acampar, Z1, Z2, Z3 e Z4. Com o intuito de saber qual a zona mais pretendida, a organização levou a cabo um inquérito a algumas pessoas, selecionadas ao acaso.

Na Tabela 5, está registado o número de pessoas que manifestaram intenção de acampar em cada uma das zonas.

Tabela 5

Zona	Z1	Z2	Z3	Z4
N.º de pessoas	125	250	150	100

A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção de pessoas que têm intenção de acampar na zona Z1, face ao número total de pessoas que têm intenção de acampar, é 0,05264.

Determine o nível de confiança desse intervalo.

Na sua resposta, apresente o valor da proporção amostral.

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 3 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	**1.2.**				**3.**				**7.1.**			**Subtotal**
Cotação (em pontos)	20				18				18			**56**
Destes 11 itens, contribuem para a classificação final da prova os 8 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	**1.1.**	**2.**	**4.**	**5.**	**6.1.**	**6.2.**	**7.2.**	**7.3.**	**8.1.**	**8.2.**	**9.**	**Subtotal**
Cotação (em pontos)	8 x 18 pontos											**144**
TOTAL												**200**

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Prova 835

1.ª Fase

REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2020

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

Critérios de Classificação 8 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

ITENS DE SELEÇÃO

Nos itens de escolha múltipla, a cotação do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra correspondente.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto tem em conta a organização dos conteúdos e a utilização adequada de vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e aos itens de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).

8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1.1. .... **18 pontos**

(C)

1.2. .... **20 pontos**

Apresentar a pontuação de cada festival antes de ser contabilizado o voto do Filipe ....(3 + 3 + 3)......... 9 pontos
[A – 25 pontos; B – 29 pontos; C – 27 pontos]

Apresentar a lista ordenada em que o Filipe votou .... 7 pontos
[A lista de preferências do Filipe apresenta, na primeira preferência, o festival A, na segunda, o festival B e, na terceira, o festival C.]

Apresentar a pontuação de cada festival depois de ser contabilizado o voto do Filipe .... 4 pontos
[A – 30 pontos; B – 32 pontos; C – 28 pontos]

2. .... **18 pontos**

(C)

3. .... **18 pontos**

Apresentar a partilha temporária dos bens .... 2 pontos
[Gaspar – Fogão e Tenda; Elsa – Mesa]

Determinar o total de pontos dos bens temporariamente destinados a cada amigo .... 2 pontos
[Gaspar – 95 pontos; Elsa – 26 pontos]

Apresentar a equação que traduz o equilíbrio da partilha .... 4 pontos
$\left[95 - \frac{x}{100} \times 60 = 26 + \frac{x}{100} \times 55 \ (\text{ou equivalente})\right]$

Resolver a equação $(x = 60\%)$ .... 5 pontos

Apresentar a partilha final dos bens .... 2 pontos
[Gaspar – Fogão e 40% da utilização da tenda; Elsa – Mesa e 60% da utilização da tenda.]

Determinar quantos dias por ano fica o Gaspar com a tenda (146) .... 2 pontos

Concluir .... 1 ponto
[O Gaspar não poderá utilizar a tenda durante os cinco dias do festival de verão, pois já usufruiu da tenda todos os dias a que tinha direito.]

4. .... **18 pontos**

Apresentar um grafo que modele a situação .... 8 pontos

Associar os vértices aos diferentes festivais .... 2 pontos

Associar as arestas às possibilidades de ocorrência de festivais em simultâneo (**nota**) .... 6 pontos

Identificar os festivais que ocorreram em simultâneo .... 8 pontos
[F1 e F6; F2 e F5; F3 e F4]

Indicar o número mínimo de fins de semana necessários (3) .... 2 pontos

Nota – Alternativamente, o examinando pode apresentar um grafo cujas arestas correspondam às impossibilidades de ocorrência de festivais em simultâneo.

5. .... **18 pontos**

Escrever $120+16x=240$ (ou equivalente) .... 8 pontos

Calcular a quantia fixa depositada em cada mês $(7{,}5\ €)$ .... 5 pontos

Calcular o valor solicitado $(6{,}25\%)$ .... 5 pontos

6.1. .... **18 pontos**

Identificar $t=0$ .... 2 pontos

Determinar $A(0)$ (1) .... 3 pontos

Identificar $t=1$ .... 2 pontos

Determinar $A(1)$ $(6{,}09)$ .... 3 pontos

Determinar $A(1)-A(0)$ $(5{,}09)$ .... 7 pontos

Indicar o valor solicitado (5 metros) .... 1 ponto

6.2. .... **18 pontos**

Apresentar o(s) gráfico(s) .... 4 pontos

Apresentar as coordenadas dos pontos relevantes $[(1{,}48;12)$ e $(2{,}03;20)]$ ....(4 + 4).......... 8 pontos

Determinar o intervalo de tempo solicitado, em minutos $(0{,}55)$ .... 3 pontos

Calcular o valor solicitado (33 segundos) .... 3 pontos

7.1. .... **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Calcular a soma dos tempos de espera apresentados na Tabela 4 $(117,5)$ ..... 3 pontos

Escrever $\frac{117,5+a}{9}=15,5$ (ou equivalente) .... 8 pontos

Obter o valor de a (22) .... 5 pontos

Obter o valor solicitado (11 horas) .... 2 pontos

2.º Processo

Calcular a soma dos tempos de espera apresentados na Tabela 4 $(117,5)$ ..... 3 pontos

Escrever $\frac{117,5+2b}{9}=15,5$ (ou equivalente) .... 10 pontos

Obter o valor de b (11 horas) .... 5 pontos

7.2. .... **18 pontos**

(A)

7.3. .... **18 pontos**

Apresentar as listas introduzidas na calculadora .... 4 pontos

Apresentar a equação da reta de regressão $(y=-0,459x+12,913)$ .... 6 pontos

Estimar o tempo que decorreu desde a abertura da bilheteira
até à aquisição dos bilhetes .... 8 pontos

Identificar $x=6$ .... 3 pontos

Obter o valor solicitado (10 horas) .... 5 pontos

8.1. .... **18 pontos**

Considerem-se os seguintes acontecimentos:

C: «Assistir ao primeiro concerto»

F: «Assistir ao fogo de artifício»

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Escrever $P(C) = 0{,}6$ .... 1 ponto

Escrever $P(C \cap F) = 0{,}48$ .... 1 ponto

Escrever $P(\overline{F} \mid \overline{C}) = 0{,}3$ .... 1 ponto

Calcular $P(\overline{C})$ $(0{,}4)$ .... 2 pontos

Calcular $P(C \cap \overline{F})$ $(0{,}12)$ .... 3 pontos

Calcular $P(\overline{C} \cap \overline{F})$ $(0{,}12)$ .... 7 pontos

Calcular $P(\overline{F})$ $(0{,}24)$ .... 3 pontos

2.º Processo

Calcular $P(C \cap \overline{F})$ .... 9 pontos

- Escrever $P(C) = 0{,}6$ .... 1 ponto
- Escrever $P(C \cap F) = 0{,}48$ .... 1 ponto
- Calcular $P(F \mid C)$ $(0{,}8)$ .... 2 pontos
- Calcular $P(\overline{F} \mid C)$ $(0{,}2)$ .... 2 pontos
- Obter $P(C \cap \overline{F})$ $(0{,}12)$ .... 3 pontos

Calcular $P(\overline{C} \cap \overline{F})$ .... 6 pontos

- Calcular $P(\overline{C})$ $(0{,}4)$ .... 2 pontos
- Escrever $P(\overline{F} \mid \overline{C}) = 0{,}3$ .... 1 ponto
- Obter $P(\overline{C} \cap \overline{F})$ $(0{,}12)$ .... 3 pontos

Calcular $P(\overline{F})$ $(0{,}24)$ .... 3 pontos

8.2. .... **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Evidenciar que 0,3 litros correspondem ao valor de $\mu - 3\sigma$ .... 3 pontos

Determinar $P(X \leq \mu - 3\sigma)$ .... 10 pontos

Escrever $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$ .... 2 pontos

Obter $P(X \leq \mu - 3\sigma)$ $(0{,}00135)$ .... 8 pontos

Obter o valor pedido $(81$ pessoas$)$ .... 5 pontos

2.º Processo

Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora quando a resposta for obtida recorrendo a uma distribuição normal .... 13 pontos

Caracterizar a distribuição normal $(\mathrm{N}(1{,}5;\, 0{,}4))$ (ou equivalente) .. 5 pontos

Determinar $P(X \leq \mu - 3\sigma)$ $(0{,}00135)$ .... 8 pontos

Obter o valor pedido $(81$ pessoas$)$ .... 5 pontos

9. .... **18 pontos**

Determinar o valor de n (625) .... 2 pontos

Determinar o valor de $\hat{p}$ $(0{,}2)$ .... 3 pontos

Escrever $2 \times z \times \sqrt{\dfrac{0{,}2(1-0{,}2)}{625}} = 0{,}05264$ (ou equivalente) .... 7 pontos

Determinar o valor de z $(1{,}645)$ .... 5 pontos

Indicar o nível de confiança (90%) .... 1 ponto

COTAÇÕES

<table>
<tr><td>As pontuações obtidas nas respostas a estes 3 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.</td><td colspan="4">1.2.</td><td colspan="4">3.</td><td colspan="3">7.1.</td><td>Subtotal</td></tr>
<tr><td>Cotação (em pontos)</td><td colspan="4">20</td><td colspan="4">18</td><td colspan="3">18</td><td>56</td></tr>
<tr><td>Destes 11 itens, contribuem para a classificação final da prova os 8 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.</td><td>1.1.</td><td>2.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.1.</td><td>6.2.</td><td>7.2.</td><td>7.3.</td><td>8.1.</td><td>8.2.</td><td>9.</td><td>Subtotal</td></tr>
<tr><td>Cotação (em pontos)</td><td colspan="11">8 x 18 pontos</td><td>144</td></tr>
<tr><td>TOTAL</td><td colspan="11"></td><td>200</td></tr>
</table>