

**Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais**  
**Prova 835 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2019**

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho | Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

8 Páginas

---

---

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

---

---

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nas respostas aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados na sua utilização, como:

- os gráficos obtidos, com os pontos relevantes assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
  - as linhas relevantes da tabela obtida para a resolução;
  - as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).
-

# Formulário

---

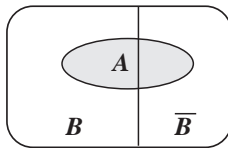
## Modelos de grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

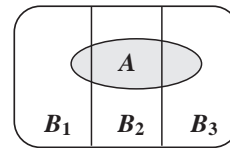
## Modelos de probabilidade

Teorema da probabilidade total e regra de Bayes



$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \\ &= P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B | A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B) \times P(A | B)}{P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ &= P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B_k | A) &= \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B_k) \times P(A | B_k)}{P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)} \end{aligned}$$

podendo  $k$  tomar os valores 1, 2 ou 3

## Modelo normal

Se  $X$  é  $N(\mu, \sigma)$ , então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$$

## Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio  $\mu$  de uma variável aleatória normal  $X$ , admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$$\left] \bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right[$$

$n$  – dimensão da amostra  
 $\bar{x}$  – média amostral  
 $\sigma$  – desvio padrão da variável  
 $z$  – valor relacionado com o nível de confiança (\*)

Intervalo de confiança para o valor médio  $\mu$  de uma variável aleatória  $X$ , admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left] \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$$

$n$  – dimensão da amostra  
 $\bar{x}$  – média amostral  
 $s$  – desvio padrão amostral  
 $z$  – valor relacionado com o nível de confiança (\*)

Intervalo de confiança para uma proporção  $p$ , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left] \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[$$

$n$  – dimensão da amostra  
 $\hat{p}$  – proporção amostral  
 $z$  – valor relacionado com o nível de confiança (\*)

(\*) Valores de  $z$  para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
$z$	1,645	1,960	2,576

1. O Clube de Colecionadores elegeu o seu presidente.

Neste clube, os sócios com mais de 18 anos de idade têm de optar entre duas categorias: Titular ou Efetivo.

Nos Estatutos do Clube está definido o número de votos a que cada sócio tem direito.

Titular – Ao fim do primeiro ano ininterrupto como sócio, tem direito a 2 votos. Por cada 5 anos ininterruptos como sócio, tem direito a mais 1 voto.

Efetivo – Ao fim do primeiro ano ininterrupto como sócio, tem direito a 1 voto. Por cada 10 anos ininterruptos como sócio, tem direito a mais 1 voto.

Apresentaram-se às eleições dois candidatos, a Teresa e o Ricardo.

Apurados os resultados, verificou-se que a Teresa obteve 210 votos, referentes aos 71 sócios que nela votaram.

Na Tabela 1, está registado o número de sócios que votaram no Ricardo, agrupados por categoria e por antiguidade de associado.

Tabela 1

Anos como Sócio	Titular	Efetivo
[1, 5[	4	1
[5, 10[	6	2
[10, 15[	30	11
[15, 20[	12	3

Verifique se é verdadeira a afirmação seguinte:

«Apesar de o número de sócios que votaram no Ricardo ser menor do que o número de sócios que votaram na Teresa, o Ricardo venceu as eleições.»

Na sua resposta, apresente todos os cálculos que efetuar.

2. A Teresa arrematou um quadro num leilão.

Admita que o valor de mercado do quadro, em euros,  $t$  trimestres após o momento em que a Teresa o arrematou, é dado por

$$V(t) = \frac{1000}{1 + 4e^{-0,2t}} \quad (t \geq 0)$$

2.1. A Teresa considera a compra um bom investimento se o quadro se valorizar, pelo menos, 30%, seis meses após ter sido arrematado.

Terá sido a compra do quadro um bom investimento?

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve duas casas decimais.

2.2. Com o passar do tempo, o valor de mercado do quadro tende a estabilizar num certo valor. A Teresa vendeu o quadro por um preço 40 euros abaixo desse valor.

Determine durante quantos meses a Teresa manteve o quadro na sua posse.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Para responder a esta questão, recorra às capacidades da sua calculadora e apresente:

- o(s) gráfico(s) que lhe permite(m) resolver o problema;
- as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s), com arredondamento às décimas.

3. O Clube de Colecionadores dispõe de três espaços (E1, E2 e E3), de diferentes dimensões, que aluga para a exposição de coleções.

Três sócios, A, B e C, pretendem alugar os três espaços durante o mesmo período de tempo. Como não chegam a acordo sobre a distribuição dos espaços, o Clube decide aplicar o método seguinte, tanto para a distribuição dos espaços como para o apuramento do valor a pagar pelo seu aluguer.

- Cada sócio propõe, secretamente, o valor a pagar pelo aluguer de cada um dos espaços, colocando o registo dos valores das suas licitações dentro de um envelope fechado. Em seguida, os envelopes são abertos e os valores das licitações dos três sócios são registados numa tabela.
- Determina-se o valor global atribuído por cada sócio aos espaços e o valor que cada um considera justo pagar pelo aluguer, considerando-se que este valor é igual a um terço do valor global que ele atribuiu aos três espaços.
- Cada espaço é destinado ao sócio que mais o valoriza, e considera-se que o valor do aluguer é, provisoriamente, o valor monetário que o sócio atribuiu ao respetivo espaço.
- Se o valor que o sócio se propõe pagar pelo aluguer do espaço ultrapassar o que ele considera justo pagar, apura-se o excedente. Caso contrário, apura-se o défice.
- Após os procedimentos anteriores, o valor correspondente à diferença entre o valor total do excedente e o valor total do défice é descontado, em partes iguais, ao valor que cada sócio considera justo pagar, apurando-se assim o valor final a pagar por cada um dos três sócios pelo aluguer do espaço que lhe é destinado.

Na Tabela 2, estão registados os valores, em euros, atribuídos por cada um dos sócios aos espaços E1, E2 e E3, nas licitações secretas.

Tabela 2

Sócios \ Espaços	Espaços		
	E1	E2	E3
A	150	211	158
B	249	252	120
C	200	258	145

Determine o valor de aluguer que cada um dos sócios terá de pagar pelo espaço que lhe é destinado, de acordo com o método acima descrito.

4. O Clube de Colecionadores possui um espaço próprio para exposições.

Na Figura 1, apresenta-se uma planta simplificada do referido espaço, que é composto por um Átrio e seis salas: S1, S2, S3, S4, S5 e S6.

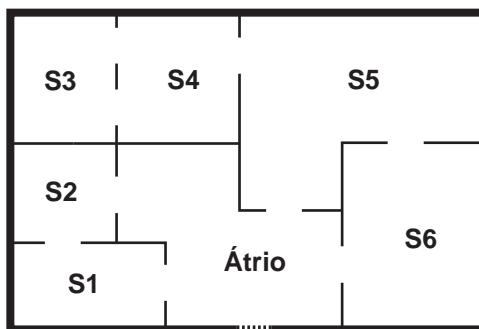


Figura 1

O presidente do Clube pretendia inicialmente definir um percurso, com início e fim no Átrio, cruzando todas as portas e entrando em todas as salas, sem cruzar nenhuma porta mais de uma vez.

Tendo verificado que o seu objetivo não podia ser posto em prática, e como o espaço será alvo de remodelação, o presidente decidiu que uma das intervenções a levar a cabo seria eliminar uma das portas existentes ou acrescentar uma nova porta para viabilizar o seu objetivo.

Indique, justificando, qual terá sido a intervenção decidida pelo presidente (se eliminou uma porta ou acrescentou uma porta, e entre que salas).

Na sua resposta, apresente um grafo que modele a situação descrita.

5. O Daniel fez uma coleção de cromos.

5.1. Nessa coleção, algumas das carteiras de cromos continham um vale de oferta, que podia ser de dois tipos: um vale de cinco carteiras grátis ou um vale de uma carteira grátis.

Admita que as carteiras de cromos obtidas através dos vales de oferta nunca contêm novos vales de oferta.

O Daniel comprou 10 carteiras de cromos, e todas elas continham um vale de oferta.

Qual dos valores seguintes pode representar o número de carteiras grátis que o Daniel obteve graças a estes vales de oferta?

(A) 11

(B) 13

(C) 15

(D) 18

5.2. A coleção é composta por 485 cromos, sendo alguns deles dourados; os cromos devem ser colados numa caderneta própria, oferecida para o efeito.

O Daniel comprou 131 carteiras, a 90 cêntimos cada, mas, graças aos vales de oferta, conseguiu reunir um total de 750 cromos. Destes, 46% eram cromos repetidos, não dourados. Como os cromos que lhe faltavam eram todos dourados, conseguiu trocar cada 5 dos seus cromos repetidos por um cromo dourado.

Depois de efetuadas as trocas, encomendou, *online*, os cromos em falta, tendo pago 25 cêntimos por cromo e 2 euros em portes de envio.

Quanto gastou o Daniel para fazer a coleção?

Apresente todos os cálculos que efetuar.

6. Uma leiloeira vende diversos artigos, entre os quais peças do espólio do Clube de Colecionadores.

6.1. No último leilão, uma das peças colocadas à venda obteve 10 licitações.

Na Figura 2, apresenta-se o diagrama de caule e folhas referente ao valor, em euros, de 9 dessas licitações.

O algarismo das dezenas de cada licitação é indicado no caule, e o algarismo das unidades é indicado nas folhas.

1		4	6
2		2	
3		1	2 7
4		5	8
5		0	

Figura 2

Admita que o valor médio das 10 licitações foi 34 euros.

Qual o valor da licitação em falta?

- (A) 45 euros                      (B) 41 euros                      (C) 31 euros                      (D) 11 euros

6.2. A leiloeira regista os valores de venda dos artigos leiloados e, no final de cada mês, analisa-os.

Na Figura 3, estão representados os diagramas de extremos e quartis relativos aos valores de venda, em euros, referentes a alguns meses.

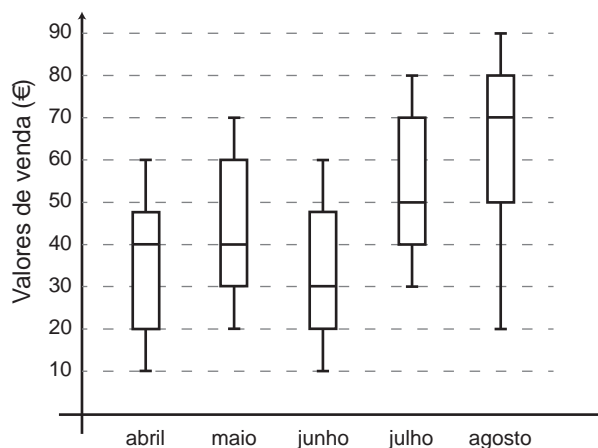


Figura 3

6.2.1. Admita que o número de artigos vendidos pela leiloeira a um preço máximo de 60 euros, no mês de maio, foi 48.

Determine o número de artigos, vendidos nesse mês, cujo valor de venda tenha sido, no mínimo, 40 euros.

6.2.2. No período de tempo correspondente ao gráfico da Figura 3, a leiloeira vendeu seis peças do Clube de Colecionadores.

Em abril, vendeu uma peça pelo valor da mediana e outra pelo valor mínimo. Em julho, vendeu uma peça pelo valor do primeiro quartil e outra pelo valor do terceiro quartil. Em agosto, vendeu duas peças pelo valor máximo.

Qual foi o valor obtido com estas vendas?

7. Foi realizado um estudo estatístico junto dos sócios do Clube de Colecionadores.

7.1. Admita que se concluiu que a idade dos sócios segue uma distribuição normal, de valor médio 35 anos e desvio padrão 5 anos.

Seleciona-se um sócio ao acaso.

A probabilidade, com arredondamento às décimas, de o sócio ter idade superior a 45 anos é:

- (A) 0,3%                      (B) 2,3%                      (C) 4,3%                      (D) 4,6%

7.2. De entre os sócios do Clube de Colecionadores, sabe-se que 45% são mulheres.

Considere que o Clube tem 180 sócios do sexo feminino e que a percentagem de sócios que não são Efetivos do sexo masculino é 25%.

Determine o número de sócios que não são Efetivos ou que são mulheres.

7.3. Admita que:

- 45% dos sócios do Clube são Efetivos;
- 70% dos sócios do Clube participam em leilões;
- 7 sócios em cada 20 não são Efetivos e participam em leilões.

Escolhe-se, ao acaso, um sócio.

Determine a probabilidade de o sócio não participar em leilões, sabendo-se que é sócio Efetivo.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

8. Num encontro de colecionadores de jogos, verificou-se que, numa amostra de 200 colecionadores, 45 colecionavam jogos de tabuleiro.

Determine um intervalo de confiança a 90% para a proporção de colecionadores de jogos de tabuleiro presentes no encontro.

Apresente os extremos do intervalo de confiança, em percentagem, com arredondamento às décimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve quatro casas decimais.

**FIM**

**COTAÇÕES**

Item														TOTAL
Cotação (em pontos)														
1.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.1.	6.2.2.	7.1.	7.2.	7.3.	8.	
16	16	16	16	16	8	16	8	16	16	8	16	16	16	200



## **Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais**

### **Prova 835 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2019**

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho | Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

#### **Critérios de Classificação**

8 Páginas

### **CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO**

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

#### **ITENS DE SELEÇÃO**

Nos itens de escolha múltipla, a cotação do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra correspondente.

#### **ITENS DE CONSTRUÇÃO**

Nos itens de construção, os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto tem em conta a organização dos conteúdos e a utilização adequada de vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e aos itens de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).

8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.  Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas.

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. ....	16 pontos
Determinar o número de sócios que votaram em Ricardo (69) .....	1 ponto
Determinar o número de votos em Ricardo oriundos de sócios Titulares (206) .....	6 pontos
Determinar o número de votos em Ricardo oriundos de sócios Efetivos (31) .....	6 pontos
Obter o número de votos em Ricardo (237) .....	1 ponto
Concluir ..... [A afirmação é verdadeira.]	2 pontos

2.1. ....	16 pontos
-----------	-----------

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

### 1.º Processo

Identificar $t = 0$ .....	2 pontos
Obter o valor de $V(0)$ (200) .....	2 pontos
Identificar $t = 2$ .....	3 pontos
Obter o valor de $V(2)$ ( $\approx 271,64$ ) .....	3 pontos
Mostrar que a percentagem de aumento é superior a 30% .....	4 pontos
Concluir ..... [A compra do quadro foi um bom investimento.]	2 pontos

### 2.º Processo

Identificar $t = 0$ .....	2 pontos
Obter o valor de $V(0)$ (200) .....	2 pontos
Determinar o valor mínimo a partir do qual a compra é um bom investimento (260) .....	4 pontos
Identificar $t = 2$ .....	3 pontos
Mostrar que o valor de $V(2)$ é superior a 260 .....	3 pontos
Concluir ..... [A compra do quadro foi um bom investimento.]	2 pontos

**2.2. .... 16 pontos**

- Identificar o valor máximo que se estimava que o quadro pudesse atingir com o passar do tempo (1000 €) ..... 4 pontos
- Determinar o valor de venda do quadro (960 €) ..... 2 pontos
- Apresentar o gráfico ..... 4 pontos
- Apresentar as coordenadas relevantes [(22,8; 960)] ..... 4 pontos
- Determinar o número de meses solicitado (68) ..... 2 pontos

**3. .... 16 pontos**

- Calcular o valor global atribuído aos espaços por cada sócio .....(1 + 1 + 1)..... 3 pontos  
[A (519 €); B (621 €); C (603 €)]
- Determinar o valor do aluguer que cada sócio considera justo ... (1 + 1 + 1)..... 3 pontos  
[A (173 €); B (207 €); C (201 €)]
- Atribuir os espaços aos sócios ..... 2 pontos  
[A (E3 – 158 €); B (E1 – 249 €); C (E2 – 258 €)]
- Apurar os valores de excedente/défi ce, por sócio ..... (1 + 1 + 1)..... 3 pontos  
[A (défi ce de 15 €); B (excedente de 42 €); C (excedente de 57 €)]
- Calcular a diferença entre o valor total do excedente e o valor total do défi ce (84 €) ..... 1 ponto
- Calcular a terça parte da diferença entre o valor total do excedente e o valor total do défi ce (28 €) ..... 1 ponto
- Calcular o valor de aluguer a pagar por cada um dos sócios ..... (1 + 1 + 1)..... 3 pontos  
[O sócio A paga 145 €, o sócio B paga 179 €, o sócio C paga 173 €]

**4. .... 16 pontos**

- Apresentar um grafo que modele a planta do espaço ..... 9 pontos
  - Identificar os vértices ..... 2 pontos
  - Desenhar as arestas ..... 7 pontos
- Justificar, recorrendo à condição necessária e suficiente, o facto de o grafo não admitir circuitos de Euler ..... 4 pontos
  - Referir a existência de vértices de grau ímpar ..... 2 pontos
  - Referir, recorrendo à condição necessária e suficiente, o facto de o grafo não admitir circuitos de Euler ..... 2 pontos
- Concluir ..... 3 pontos  
[O presidente do Clube terá decidido acrescentar uma porta entre as salas S4 e S5.]

**5.1. .... 8 pontos**

(D)

5.2. .... 16 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Determinar o valor gasto em carteiras de cromos (117,90 €) .....	2 pontos
Determinar o valor gasto na encomenda <i>online</i> dos cromos em falta .....	12 pontos
Determinar o número de cromos repetidos, não dourados (345) ...	3 pontos
Determinar o número de cromos dourados obtidos em trocas (69) .....	2 pontos
Determinar o número total de cromos obtidos (474) .....	2 pontos
Determinar o número de cromos em falta (11) .....	1 ponto
Obter o valor gasto na encomenda <i>online</i> (4,75 €) .....	4 pontos
Determinar o valor total gasto (122,65 €) .....	2 pontos

**2.º Processo**

Determinar o valor gasto em carteiras de cromos (117,90 €) .....	2 pontos
Determinar o valor gasto na encomenda <i>online</i> dos cromos em falta .....	12 pontos
Determinar o número de cromos repetidos, não dourados (345) ...	3 pontos
Determinar o número de cromos dourados obtidos em trocas (69) .....	2 pontos
Determinar o número de cromos não repetidos (405) .....	1 ponto
Determinar o número de cromos dourados em falta (80) .....	1 ponto
Determinar o número de cromos em falta (11) .....	1 ponto
Obter o valor gasto na encomenda <i>online</i> (4,75 €) .....	4 pontos
Determinar o valor total gasto (122,65 €) .....	2 pontos

6.1. .... 8 pontos

(A)

6.2.1. .... 16 pontos

Associar o valor 60 € ao terceiro quartil .....	3 pontos
Identificar que 48 artigos correspondem a 75% das vendas .....	4 pontos
Associar o valor 40 € ao segundo quartil .....	3 pontos
Identificar que o valor solicitado corresponde a 50% das vendas .....	4 pontos
Obter o valor solicitado (32) .....	2 pontos

**6.2.2. .... 16 pontos**

- Identificar os valores da mediana e do mínimo de abril (40 € 10 €) ..... (3 + 3) ..... 6 pontos
- Identificar os valores do 1.º e 3.º quartis de julho (40 € 70 €) ..... (3 + 3) ..... 6 pontos
- Identificar o valor do máximo de agosto (90 €) ..... 2 pontos
- Obter o valor solicitado (340 €) ..... 2 pontos

**7.1. .... 8 pontos**

**(B)**

**7.2. .... 16 pontos**

Considerem-se os seguintes acontecimentos:

E: «Ser sócio Efetivo»;

M: «Ser mulher».

- Escrever  $P(M) = 0,45$  ..... 1 ponto
- Escrever  $P(\overline{M} \cap \overline{E}) = 0,25$  ..... 2 pontos
- Determinar  $P(M \cup \overline{E})$  ..... 9 pontos
- Obter  $P(\overline{M})$  (0,55) ..... 3 pontos
- Obter  $P(\overline{M} \cap E)$  (0,3) ..... 3 pontos
- Obter  $P(M \cup \overline{E})$  (0,7) ..... 3 pontos
- Determinar o número de sócios Não Efetivos ou mulheres (280) ..... 4 pontos

**7.3. .... 16 pontos**

Considerem-se os seguintes acontecimentos:

E: «Ser sócio Efetivo»;

L: «Participar em leilões».

- Calcular  $P(\overline{L} \cap E)$  ..... 10 pontos
- Escrever  $P(L) = 0,7$  ..... 1 ponto
- Escrever  $P(L \cap \overline{E}) = \frac{7}{20}$  ..... 3 pontos
- Obter  $P(L \cap E)$  (0,35) ..... 3 pontos
- Obter  $P(\overline{L} \cap E)$  (0,1) ..... 3 pontos
- Escrever  $P(E) = 0,45$  ..... 1 ponto
- Obter  $P(\overline{L} | E)$   $\left(\frac{2}{9}\right)$  ..... 5 pontos

8. .... 16 pontos

Identificar os valores de  $n$  e de  $z$  ..... 2 pontos

$n = 200$  ..... 1 ponto

$z = 1,645$  ..... 1 ponto

Determinar o valor de  $\hat{p}(0,225)$  ..... 6 pontos

Calcular os extremos do intervalo de confiança  $(]17,6\%; 27,4\%[)$  ..... 8 pontos

### COTAÇÕES

Item														TOTAL
Cotação (em pontos)														
1.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.1.	6.2.2.	7.1.	7.2.	7.3.	8.	
16	16	16	16	16	8	16	8	16	16	8	16	16	16	200